

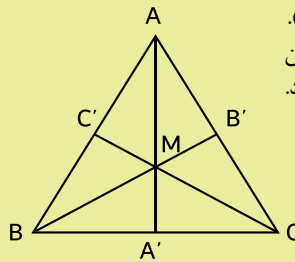


شاخه‌های ریاضیات هندسه

● جعفر ربّانی

کسی که هندسه نداند اجازه ورود به آکادمی را ندارد. (افلاطون)
 علم هندسه یکی از مهم‌ترین شاخه‌های ریاضیات و از کهن‌ترین شاخه‌ها به شمار می‌رود. اما هندسه چیست؟

کلمه «هندسه» معرب کلمه فارسی «اندازه» است. این علم با شکل و اندازه اشیا، موقعیت آن‌ها و روابط میان آن‌ها سر و کار دارد. به عبارت دیگر، هندسه دنیایی از نقطه‌ها، خط‌ها، زاویه‌ها، سطح‌ها، حجم‌ها، ویژگی‌ها و رابطه‌هایی است که میان این‌ها وجود دارد. به این جمله بسیار ساده که بیانگر یا مصداق این تعریف است توجه کنید: «مثلث شکلی بسته است که از سه خط تشکیل شده و میانه‌های زاویه‌های آن یکدیگر را در یک نقطه قطع می‌کنند (شکل ۱).
 در هندسه هزاران گونه از این تعریف‌ها و رابطه‌ها وجود دارد.



◀ شکل ۱

تاریخچه

پیدایش هندسه مثل عددنویسی و حساب کردن که در شماره‌های قبل خواندید، ریشه در پیش از تاریخ دارد؛ یعنی پیش از تمدن. می‌توان تصور کرد، زمانی که انسان‌های پیش از تاریخ قصد داشتند روی یک نهر آب با چوب درختان پل بسازند و فهمیدند که طول چوب باید بیشتر از عرض نهر باشد، به یک اصل هندسی پی برده بودند، و گرنه هرگز پلی ساخته نمی‌شد. از این مثال خیلی ابتدایی که بگذریم، باید بگوییم که هندسه هزاران سال بعد از ساخت آن پل فرضی و هنگامی پدید آمد که تمدن‌های بزرگ بین‌النهرین، ایران و مصر ظهور کردند؛ تمدن‌های بابل، سومر، مصر، ایلام، آشور، هخامنشی. بناهای عظیمی مثل «هرام مصر» و «تخت جمشید» که هنوز باقی هستند و «باغ‌های معلق» و «برج بابل» که در داسستان‌ها خوانده‌ایم، بدون علم هندسه غیرممکن بود ساخته شوند. امروز هم هیچ فنی از فنون نیست که به کلی از هندسه بی‌نیاز باشد؛ از اتم تا کهکشان.



◀ شکل ۳

یونانیان و هندسه

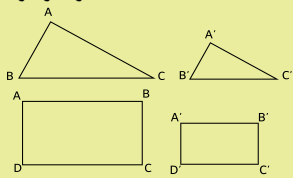
علم هندسه در یونان بسیار پیشرفت کرد و آن به واسطه ظهور کسانی مثل **تالس** (۵۴۶-۶۲۴)، **فیثاغورس** (۵۰۶-۵۸۲)، **اقلیدس** (۲۷۵-۳۳۰)، **ارشمیدس** (۲۱۲-۲۸۷) و دیگر هندسه‌دانان بزرگ قبل از میلاد بود. در میان این چهره‌ها از همه مهم‌تر اقلیدس است. زیرا او آنچه را که تا آن زمان درباره هندسه گفته و نوشته بود، جمع‌آوری و منظم کرد و کتاب «اصول هندسه» را نوشت. این کتاب که هنوز باقی است، از کتاب‌هایی است که علم بشر را شکل داده، به طوری که **آلبرت اینشتین** درباره آن گفته است: «اگر کسی در جوانی این کتاب را ندیده و نخوانده باشد، هرگز نمی‌تواند یک پژوهشگر باشد.»

اصول اقلیدس



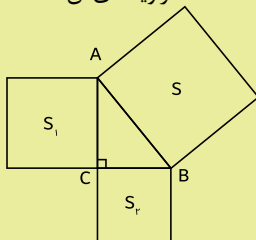
کتاب «اصول اقلیدس» مجموعه‌ای از تعریف‌ها، اصل‌ها و قضیه‌های هندسه است. منظور از «اصل» گزاره‌ای است که بدون اثبات پذیرفته می‌شود و منظور از «قضیه» گزاره‌ای است که قابل اثبات است و از آن گزاره‌های دیگر نتیجه می‌شود. برای آشنایی با این کتاب در اینجا ۱۰ مورد از اصول اقلیدس را می‌آوریم:

۱. از یک نقطه خارج از خط نمی‌توان بیش از یک خط به موازات آن رسم کرد.
۲. از دو نقطه مفروض فقط یک خط راست می‌گذرد.
۳. مجموع زاویه‌های مثلث ثابت و برابر ۱۸۰ درجه است.
۴. دایره مجموعه نقاطی است که از یک نقطه به نام «مرکز» به یک فاصله باشند.
۵. مثلث‌ها و چندضلعی‌های متشابه با مساحت‌های متفاوت وجود دارند (شکل ۲).



◀ شکل ۲

۶. فاصله دو خط موازی از یکدیگر در همه نقطه‌های دو خط یکسان است.
۷. دو خط که بر خط سوم عمود باشند، با هم موازی‌اند.
۸. دو خط موازی دارای بی‌نهایت عمود مشترک‌اند.
۹. مستطیل متوازی‌الاضلاعی است که همه زاویه‌های آن قائمه‌اند.
۱۰. مجموع مربع‌های دو ضلع هر مثلث قائم‌الزاویه مساوی با مربع وتر آن مثلث است (قضیه فیثاغورس، شکل ۳).



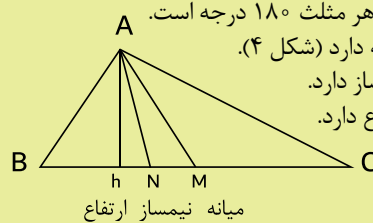
مسئله‌های هندسه

مسئله‌های هندسه بسیار زیاد و غیرقابل شمارش‌اند. در اینجا برای نمونه فقط ویژگی‌های سه شکل هندسی معروف، یعنی مثلث، چهارضلعی و دایره را توضیح می‌دهیم.

مثلث

شما مثلث را می‌شناسید و می‌دانید که شکلی است بسته و شامل سه ضلع. باید دانست که با هر سه خطی می‌توان مثلث ساخت، البته به شرط آنکه اگر سه طول معین در دست داشته باشیم، مجموع دو طول از آن‌ها بزرگ‌تر از طول سوم باشد. اکنون پاره‌ای از خصوصیات مثلث‌ها:

- مثلث چهار نوع است: متساوی‌الاضلاع، مختلف‌الاضلاع، متساوی‌الساقین و قائم‌الزاویه.
- مجموع زاویه‌های هر مثلث 180° درجه است.
- هر مثلث سه میانه دارد (شکل ۴).
- هر مثلث سه نیم‌ساز دارد.
- هر مثلث سه ارتفاع دارد.



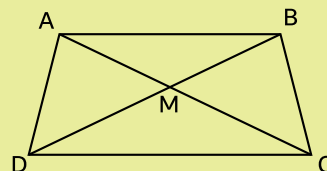
شکل ۴

- در مثلث متساوی‌الساقین، میانه، نیم‌ساز و ارتفاع بر هم منطبق‌اند.
- اگر دو زاویه و ضلع بین از یک مثلث با دو زاویه و ضلع بین از مثلث دیگری برابر باشند، دو مثلث مساوی‌اند.
- اگر زاویه‌های دو مثلث، با مساحت متفاوت، یک به یک با هم مساوی باشند، آن دو مثلث متشابه‌اند.
- نقطه محل تلاقی میانه‌های مثلث مرکز ثقل یا گرانیگاه آن است.

چهارضلعی

مربع، مستطیل، لوزی، متوازی‌الاضلاع و دوزنقه از چهارضلعی‌های معروف هستند. چند ویژگی این چهارضلعی‌ها عبارت‌اند از:

- مربع یک چهارضلعی است که همه زاویه‌ها و ضلع‌های آن با هم مساوی‌اند.
- مستطیل مربعی است که طول دو ضلع متوازی آن بیشتر از طول دو ضلع دیگر باشد.
- قطرهای مربع، مستطیل، لوزی، متوازی‌الاضلاع و دوزنقه متساوی‌الساقین یکدیگر را نصف می‌کنند (شکل ۵).



شکل ۵

- لوزی چهارضلعی‌ای است که ضلع‌های آن مساوی و زاویه‌های آن دو به دو برابرند.
- متوازی‌الاضلاع یک چهارضلعی است که در آن ضلع‌های

روبه‌رو موازی و مساوی و زاویه‌های روبه‌رو مساوی‌اند.

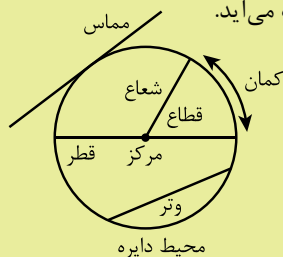
• در هر چهارضلعی، اگر وسط ضلع‌ها را به یکدیگر وصل کنیم، چهارضلعی دیگری به وجود می‌آید که می‌تواند مربع یا مستطیل هم باشد.

دایره

تعریف: دایره مجموعه نقاطی است که از یک نقطه به نام مرکز به یک فاصله باشند.

دایره شکلی است که هم در مسئله‌های هندسه و هم در منظره‌ها و شکل‌ها، زیبایی فراوان دارد و همین آرام‌بخش است. معمولاً ساختمان‌ها و بناهایی که در آن‌ها از کمان، هلال و دایره استفاده شده است، خوشایند به نظر می‌رسند. برای مثال ساختمان مساجد را با ساختمان برج‌های بلند مقایسه کنید. برخی ویژگی‌های دایره از این قرارند:

- شعاع دایره خطی است که مرکز را به محیط وصل می‌کند.
- قطر خطی است که از مرکز می‌گذرد و دایره را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند.
- اگر دو نقطه روی محیط دایره را به هم وصل کنیم، خطی به وجود می‌آید که «وتر» نام دارد.
- اگر از مرکز دایره دو خط به محیط وصل کنیم، کمان به وجود می‌آید (شکل ۶).
- به مساحت زیر کمان «قطاع دایره» گفته می‌شود.
- یک دایره کامل 360° درجه است.
- دو دایره می‌توانند نسبت به هم متداخل، مماس داخل، مماس خارج، متقاطع و متخارج باشند.
- مساحت دایره از حاصل ضرب عدد ثابت پی ($\pi = 3.14$) در مجذور شعاع (πr^2) به دست می‌آید.



شکل ۶

هندسه!

آنچه در این نوشتار برای شما آوردیم، همه درباره هندسه مسطحه بود. هندسه خود به رشته‌ها و موضوع‌های متفاوتی تقسیم می‌شود که از جمله آن‌ها «هندسه فضایی» است که به موضوع حجم‌ها و شکل‌های سه بعدی می‌پردازد و «هندسه تحلیلی» است که به تحلیل هندسه و جبر یا معادلات جبری اختصاص دارد. «مثلثات» نیز رشته دیگری از هندسه است که در آینده آن را به شما معرفی خواهیم کرد.

مجموعه این علم‌ها، یعنی شاخه‌های مختلف ریاضیات، همان‌ها هستند که پایه‌های صنایع و فنون یعنی رشته‌های متنوع مهندسی به آن‌ها استوار است. به عبارت دیگر شما در صورتی در آینده مهندس یا فناوری یا صنعتگر موفق خواهید شد که امروز در ریاضیات قوی شوید.